PART2 順列・組合せと確率

要点① 順列と確率

APPLE に含まれる5文字を1列に並べるとき，Aが左端にくる確率を求める。
2つのPを P_1，P_2 と区別すると，A，P_1，P_2，L，Eの5文字を並べる方法は　通りで，
この 5! 通りは　　　　　　　　　　　　　　　　。
左端にAがくるとき，残り4文字を並べる方法は　通り。

よって，求める確率は　$=\dfrac{1}{5}$

※2つのPを区別しない場合，5文字の並べ方の総数は　$=60$（通り）であり，この60通りは　　　　　　　　　　　　　　　　。

左端にAがくるとき，残り4文字を並べる方法は　$=12$（通り）。

よって，求める確率は $\dfrac{12}{60}=\dfrac{1}{5}$

このように，すべての根元事象が同様に確からしいものであれば，同じものを区別せずに考えることができるが，慣れるまでは同じものをすべて区別して考えるとよい。

要点② 組合せと確率

当たりくじが5本入っている10本のくじから同時に2本引くとき，2本とも当たりくじを引く確率を求める。
10本のくじをすべて区別すると，10本のくじから2本のくじを引く場合の数は　　通りで，
この ${}_{10}C_2$ 通りは同様に確からしい。
このうち，2本とも当たりくじとなる引き方は，当たりくじ5本から2本を引く場合で，
　　　　通り。

よって，求める確率は　　$=\dfrac{10}{45}=\dfrac{2}{9}$

以下，「同様に確からしい」ことの確認を省略することとする。

[MEMO]

2 (1) A, B, C, D, E, F の 6 人が 1 列に並ぶとき，A, B, C の 3 人が隣り合う確率を求めよ。

(2) 赤玉5個, 白玉2個の入った袋から, 同時に3個の玉を取り出すとき, 次の確率を求めよ。

(i) 3 個とも赤玉が出る確率　　(ii) 赤玉 1 個と白玉 2 個が出る確率

Point Pickup

同じものを区別する

確率を求める際には，根元事象が同様に確からしいものとするために，同じものをすべて区別して扱うとよい。

第 4 講　PART2 確認問題

1 A，B，C，D，E の 5 人が 1 列に並ぶとき，A，B の 2 人が隣り合う確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

2 赤玉 3 個，白玉 4 個が入った袋から同時に玉を 2 個取り出すとき，2 個とも白玉が出る確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

3 赤玉 3 個，白玉 4 個が入った袋から同時に玉を 2 個取り出すとき，赤玉 1 個，白玉 1 個が出る確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である。

PART2 順列・組合せと確率

2 (1) A, B, C, D, E, F の6人が1列に並ぶとき，A, B, C の3人が隣り合う確率を求めよ。

(2) 赤玉5個, 白玉2個の入った袋から, 同時に3個の玉を取り出すとき, 次の確率を求めよ。

(i) 3個とも赤玉が出る確率　　(ii) 赤玉1個と白玉2個が出る確率

[解答]

(1) 6人が1列に並ぶ方法は 6! 通り。

このうち，A，B，C が隣り合う場合の並び方は $4!\times3!$ 通り。

よって，求める確率は $\dfrac{4!\times3!}{6!}=\dfrac{3\cdot2\cdot1}{6\cdot5}=\dfrac{1}{5}$

(2) 3個の玉の取り出し方は ${}_7C_3$ 通り。

(i) 3個とも赤玉が出る場合は，5個の赤玉から3個取り出す場合で ${}_5C_3$ 通り。

よって，求める確率は $\dfrac{{}_5C_3}{{}_7C_3}=\dfrac{10}{35}=\dfrac{2}{7}$

(ii) 赤玉1個，白玉2個が出る場合は，5個の赤玉から1個，2個の白玉から2個取り出す場合で，${}_5C_1\times{}_2C_2$ 通り。

よって，求める確率は $\dfrac{{}_5C_1\times{}_2C_2}{{}_7C_3}=\dfrac{5\times1}{35}=\dfrac{1}{7}$

第 4 講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：5

[解説]

5 人が 1 列に並ぶ方法は，5! 通り。

このうち，A，B が隣り合う並び方は，

A，B をまとめて 1 人とみなし，4 人の並び方は，

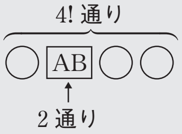
4! 通り

A と B の順列が 2 通りあるから，

$$4!\times 2(\text{通り})$$ [A]

よって，求める確率は，

$$\frac{4!\times 2}{5!}=\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\times 2}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=\frac{2}{5}$$ [B]

[A]


隣り合うものを1つとみなして考える。

[B]　確率 $P(A)$
$$=\frac{\text{事象}A\text{の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

2

[正解] ウ：2，エ：7

[解説]

起こりうるすべての場合の数は，7 個の玉から 2 個を取り出す組合せだから，

$${}_7C_2\left(=\frac{7\cdot 6}{2\cdot 1}=21\right)(\text{通り})$$

このうち，2 個とも白玉が出るのは，

$${}_4C_2\left(=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}=6\right)(\text{通り})$$ [C]

よって，求める確率は，

$$\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

[C]　4 個の白玉から 2 個を取り出す組合せの数。

3 **[正解]** オ：4，カ：7

[解説]

起こりうるすべての場合の数は，7 個の玉から 2 個を取り出す組合せだから，

$${}_7C_2\left(=\frac{7\cdot 6}{2\cdot 1}=21\right)(\text{通り})$$

このうち，赤玉 1 個，白玉 1 個が出るのは，

$${}_3C_1\times{}_4C_1\,(=3\times 4=12)(\text{通り})$$ [D]

よって，求める確率は，

$$\frac{{}_3C_1\times{}_4C_1}{{}_7C_2}=\frac{12}{21}=\mathbf{\frac{4}{7}}$$

[D]　赤玉，白玉，それぞれ 1 個取り出す組合せの数。